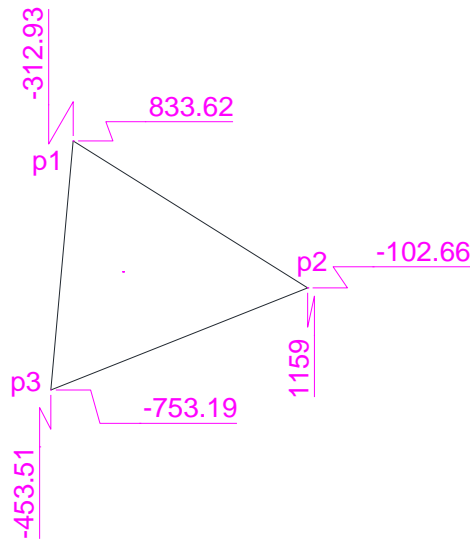


ベクトルによる2D三角形の向き判定



ベクトルを使うと三角形の1辺に対して三角形が左右のどちらにあるか判定できます。

ベクトル

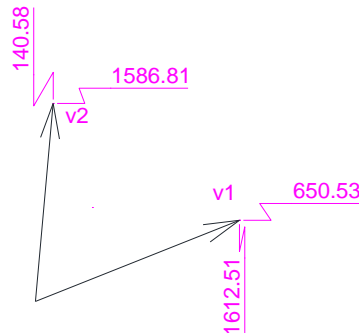
二次元のベクトルは、簡単に言うと方向と長さをxとyの長さで表現したものです。

上図のp3を原点にしてp3・p2とp3・p1の方向と長さをベクトルで表すと下記のとおりとなる。

| | x | | | y | | |
|-------|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | p2x | p3x | p2x-p3x | p2y | p3y | p2y-p3y |
| p3・p2 | 1159 | -453.51 | 1612.51 | -102.66 | -753.19 | 650.53 |

| | x | | | y | | |
|-------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | p1x | p3x | p1x-p3x | p1y | p3y | p1y-p3y |
| p3・p1 | -312.93 | -453.51 | 140.58 | 833.62 | -753.19 | 1586.81 |

単純に2点間のx,y座標のそれぞれの距離を計算しているだけである。



三角形の向き

上図のようにたとえばv1ベクトルに対してv2ベクトルが左右のどちらにあるかわかれば三角形の向きがわか
ベクトルの外積を使うと簡単にできます。

外積

ベクトルの外積とは、下図を例にとるとv2の先端からv1へ垂線を下した時のその垂線の長さにv1の大きさを
掛けた値、すなわち平行四辺形の面積なります。

ちなみに、二次ベクトルの外積は、大きさが垂線の長さで向きがZ軸方向となります。したがって次元をもっ
ています。

外積を数式で表すと下式のとおりとなります。二次ベクトルの場合、三次ベクトルとなります。

$$v3 = v1 \times v2$$

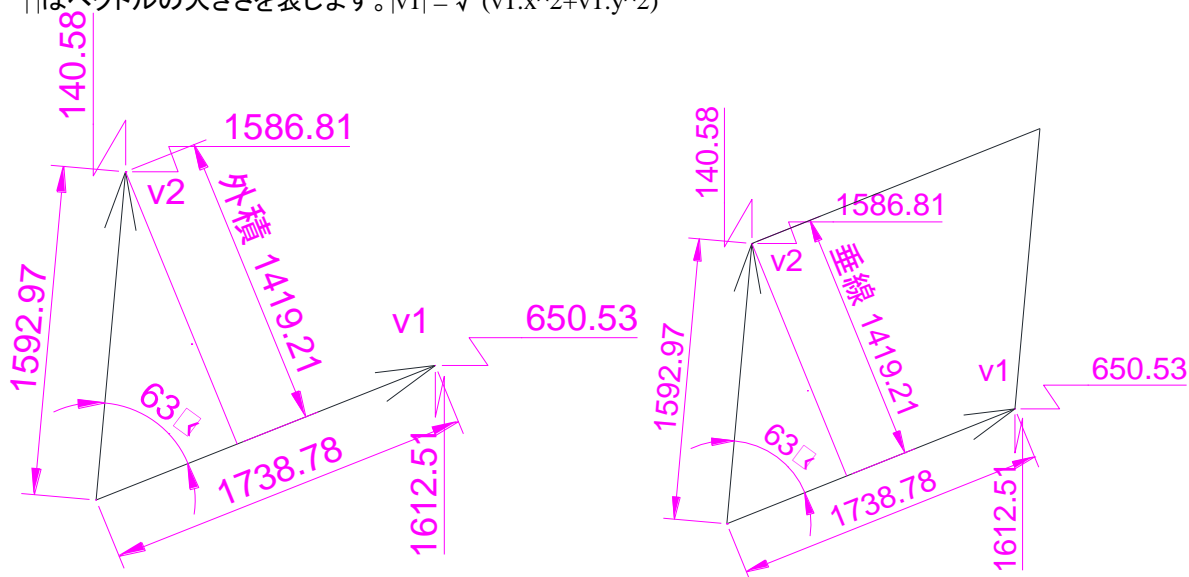
通常の式では掛けるの意味で「 \cdot 」や「 \times 」を使いますが、ベクトルに対して「 \cdot 」は、ベクトルの内積を示すので
まったく別物です。

ベクトルでは「 \times 」をcross積、「 \cdot 」をドット積と表すこともあります。

大きさのみに注目すると下式でも表現できます。

$$s = |v1| |v2| \sin \theta$$

||はベクトルの大きさを表します。 $|v1| = \sqrt{(v1.x^2+v1.y^2)}$



計算すると

| | x | y |
|--------|---------|---------|
| v1ベクトル | 1612.51 | 650.53 |
| v2ベクトル | 140.58 | 1586.81 |

外積の大きさ= $v1.x * v2.y - v1.y * v2.x$

$$= 1612.51 * 1586.81 - 650.53 * 140.58$$

$$= 2467295.5$$

2467694

ベクトルで表記すると(0,0,2467693.9638)となります

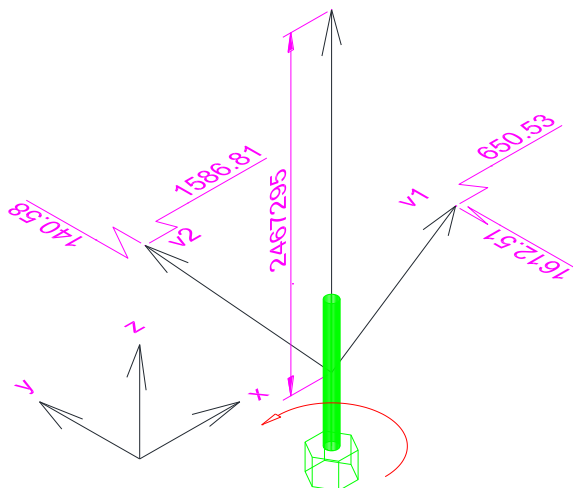
外積の符号が正なので、v1ベクトルに対してv2は右向きとわかります。

向きの定義は、外積がしめすベクトル方向にねじを締める方向が右向き、緩める方向が左向きとなります。

良くねじが進む向きとは、右ねじで締める方向のことを言っています。

ベクトル方向へ見ると必ず右回りになるのがみそです。

今回は、外積の方向が下から上方向なので、下からv1に対してv2をみると右回りということになります。



今度は、v2を基準にv1ベクトルの位置を求めてみます。

| | x | y |
|--------|---------|---------|
| v2ベクトル | 140.58 | 1586.81 |
| v1ベクトル | 1612.51 | 650.53 |

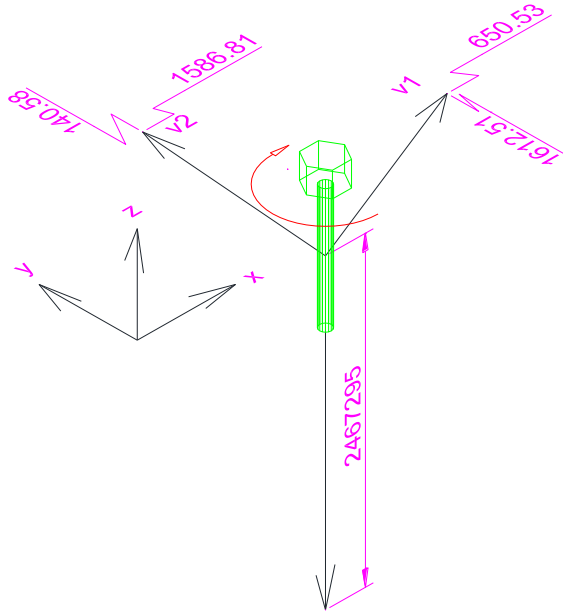
$$\text{外積} = v1.x * v2.y - v1.y * v2.x$$

$$= 140.58 * 1586.81 - 1612.51 * 650.53$$

$$= -2467295$$

$$\text{ベクトルで表記すると } (0, 0, -2467295.4857) \text{ となります}$$

外積のベクトルは、値が負であることから上から下に向いていることになり、v2に対してv1は外積の符号が負なので、下から見るとv2ベクトルに対してv1は左側とわかります。ちなみに外積の値が0の場合、v1とv2ベクトルは重なっています。



左右の判断は、視点の方向(例えば、左手座標系と右手座標系の違い)により変わります。例えばDirect Xは左手座標なのでZ軸の正方向が画面の奥となります。OpenGLはZ軸方向が逆になっています。